

ペンタレット入力による美的曲線の生成

八木 麻理子，川田 洋平，藤澤 誠，三浦 憲二郎

静岡大学

1 はじめに

近年，IT技術の進歩により，製品の開発・製造技術は「効率の向上」の面では大いに改善された。ところが，諸外国もまた技術の向上が著しいため，日本製品との更なる差別化のために「美しさを追求したデザイン」の研究がされている。しかし，今までデザイナーの感性によって工業製品のデザインがされてきたため，実際に製品化するにあたって製造側との調整がスムーズに行われているとは言えない。この問題を解決するために，デザイナーの感性をできるだけ数式化することが望ましい。本研究では，この「美しさを追求したデザイン」を支援する技術として，“美しい”曲線を生成する手法を提案する。「美しい曲線の一般式」を利用して，液晶ペンタレットから直接描画された曲線を美的曲線によって近似することで“美しさ”の性質を曲線に持たせることを意図している。

「美しい曲線」は原田ら[1, 2]により曲率対数分布図が直線で近似される曲線として提案された。三浦[3, 4, 5]は曲率対数分布図が厳密に直線で与えられる曲線の解析解を求め，それを「美しい曲線の一般式」として提案した。さらに，吉田と斎藤[6, 7]は「一般式」によって定義される曲線の特徴を解析，分類するとともに，3個の“制御点”により，2つの端点とそこでの接線方向，および曲率対数分布図の直線の傾き α を与えることにより対話的に「美しい曲線セグメント」を生成する手法を提案した。本研究では「美しい曲線の一般式」を満足する曲線を美的曲線とよぶ。図1にさまざまな α 値を持つ美的曲線の例を示す。

美的曲線は，対数(等角)らせん($\alpha = 1$)，クロソイド曲線($\alpha = -1$)，さらにインポリュート曲線($\alpha = 2$)を含むとともに，接線ベクトルの積分形式としてのみ与えられている場合($\alpha \neq 1, 2$)であっても対話的な

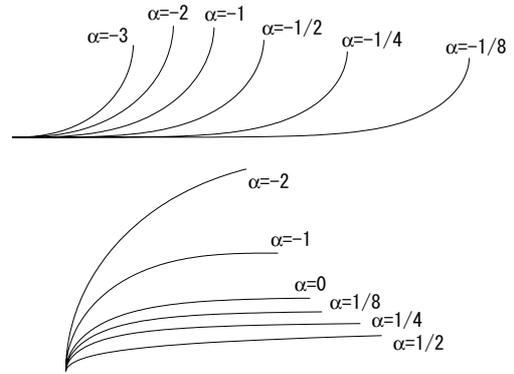


図 1: 様々な α 値に対する美的曲線

生成，変形が可能であり，実務への応用が期待されている。しかしながら，吉田らの入力法では，曲率が単調に増加，または減少する美的曲線セグメント1本しか入力することができず，曲率が増減する曲線や，個々のセグメントで異なる α 値を持つ複合リズム曲線を入力することができない。

そこで，本研究では液晶ペンタレットを用いて点列を入力し，その点列をB-spline曲線で近似し，B-spline曲線の曲率値を用いてセグメントに分割し，各セグメントを美的曲線に近似することで複合リズム曲線を入力する方法を提案する。

2 美的曲線

2.1 美しい曲線の一般式

本研究では曲率対数分布図が直線となる曲線を美的曲線と定義する。曲線の曲線長(弧長，路長)を s ，曲率半径を ρ とすると，曲率対数分布図の横軸は $\log \rho$ ，縦軸は $\log(ds/d(\log \rho)) = \log(\rho ds/d\rho)$ となる。曲率対数分布図が直線で与えられることから，ある定数 α が存在して，

$$\log\left(\rho \frac{ds}{d\rho}\right) = \alpha \log \rho + C \quad (1)$$

が成り立つ．ここで C は定数である．この式を美しい曲線の基本方程式とよぶ．式(1)を変形すると，

$$\frac{1}{\rho^{\alpha-1}} \frac{ds}{d\rho} = e^C = C_0 \quad (2)$$

したがって，ある定数 c_0 が存在して，

$$\rho^{\alpha-1} \frac{d\rho}{ds} = c_0 \quad (3)$$

上式より， $\alpha \neq 0$ であれば，美しい曲線の第1一般式

$$\rho^\alpha = c_0 s + c_1 \quad (4)$$

が得られ， $\alpha = 0$ の場合には，美しい曲線の第2一般式

$$\rho = c_0 e^{c_1 s} \quad (5)$$

が得られる[3]．

2.2 美的曲線の生成

美的曲線を入力する方法として，吉田と斉藤は α を指定し，曲線の制御点として端点を指定する2点と両端点での接線方向を指定点，計3点を入力することにより，美的曲線セグメントを生成する手法を提案した[6, 7]．しかしながら，前述したようにその手法は曲率が単調に増加，または減少する美的曲線セグメント1本の入力法であり，曲率が増減する曲線や，個々のセグメントごとに異なる α 値を持つ複合リズム曲線を入力することができない．実用的な意匠デザインに用いられる複雑な曲線を生成することは困難であり，本研究では単調リズム曲線だけではなく，複合リズム曲線となっている美的曲線も生成できる手法を提案する．

3 入力アルゴリズム

3.1 アルゴリズム概要

複合リズム曲線を含む美的曲線を以下のアルゴリズムで生成する．

1. 液晶タブレットにより点列を入力する．
2. 与えられた近似度を満足するように入力された点列からB-Spline曲線を生成する．
3. 変曲点と曲率が極値となる位置でB-Spline曲線をセグメントに分割する．

4. 指定された複数の α 値を用いて各セグメントに対応する美的曲線を生成し，生成された曲線の中でもっともB-spline曲線に近似する曲線を出力とする．

3.2 液晶ペンタブレットによる点列の入力

曲線の入力には液晶タブレットを用いる．スタイラスペンを用いてディスプレイ上で直接曲線を点列として入力することができ，入力と同時にその曲線を描画することができる．したがって，紙にペンを用いてデザインするのと同様の感覚で曲線をコンピュータに入力することができる．入力の様子を図2に示す．

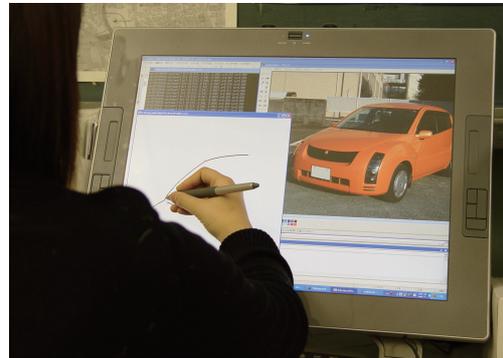


図 2: 液晶ペンタブレットによる曲線の入力

3.3 点列のB-Spline曲線による近似

入力した点列を最小自乗法を利用して代表的なパラメトリック曲線の1つであるB-Spline曲線で近似する．曲線の次数は3を用い，最小自乗法の目的関数は点列と対応する曲線上の点列との距離の2乗和とし，端点で，例えば曲率を0とする条件等は付加していない．セグメント数は1から開始し，近似度が低く目的関数の値が指定した閾値より大きい場合は，順次セグメント数を1つつ増加し，閾値より小さい場合に処理を終了する．結果を図3に示す．入力した点列を黒色，近似したB-Spline曲線をピンク色，制御点を緑色の+印で表している．

3.4 曲率を用いたB-Spline曲線のセグメント化

吉田らの提案した美的曲線セグメント入力法[6, 7]を適用するために，生成したB-Spline曲線を変曲点と曲率の極値ごとに分割する．3次B-spline曲線は，各

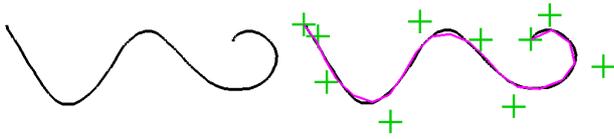


図 3: B-Spline 曲線への近似

セグメントは1本の3次Bézier曲線と等価であり，ここでは3次Bézier曲線の変曲点と曲率の極地を求める方法について説明する．

3.4.1 変曲点

3次Bézier曲線を $C(t) = (x(t), y(t))$, $0 \leq t \leq 1$ とする． $x(t)$ と $y(t)$ の t による1次，2次微分をそれぞれ $\dot{x}(t)$, $\dot{y}(t)$, $\ddot{x}(t)$, および $\ddot{y}(t)$ と表し， $f(t) = \dot{x}(t)^2 + \dot{y}(t)^2$, $g(t) = \dot{x}(t)\ddot{y}(t) - \ddot{x}(t)\dot{y}(t)$ とおくと，正負を考慮した曲率 $\kappa(t)$ は，

$$\kappa(t) = \frac{g(t)}{f(t)^{\frac{3}{2}}} \quad (6)$$

で与えられる．曲線が縮退していなければ $f(t) \neq 0$ と仮定でき，曲率が0となるパラメータ値は $g(t) = 0$ を解くことにより得られる． $g(t)$ は t の3次式であり，解析的に解を求めることができる．

3.4.2 極値

曲率の極値は $d\kappa(t)/dt = 0$ を満たすパラメータ値を求めることにより得られる．

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\kappa(t)^2 &= 2\kappa(t)\frac{d}{dt}\kappa(t) \\ &= \frac{d}{dt}\frac{g(t)^2}{f(t)^3} \\ &= \frac{g(t)(2\dot{g}(t)f(t) - 3g(t)\dot{f}(t))}{f(t)^4} = 0 \end{aligned}$$

であり，曲率 $\kappa(t)$ が0になる場合は変曲点として与えられるので，

$$h(t) = 2\dot{g}(t)f(t) - 3g(t)\dot{f}(t) = 0 \quad (7)$$

を解けばよい． $f(t)$ が4次式であることから $h(t)$ は6次式であり，数値計算により解を求める．例えば，0から1の区間を等分割し，それらの分割した区間の両端点での $h(t)$ の符号が異なる場合，区間の中点を初期値としてNewton法によって精度を高める．

図4にB-Spline曲線の各セグメントを3次Bézier曲線に変換して生成される3次Bézier曲線の制御点を示す．赤色の+印はベジエ曲線の制御点，緑色の線は各制御点をつないだものである．図5は，曲線を変曲点と極値により分割して生成された3次Bézier曲線を示す．

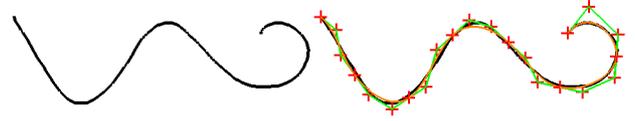


図 4: 3次Bézier曲線群への変換

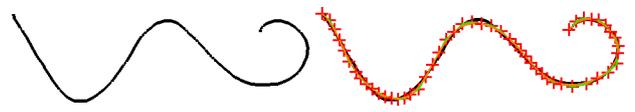


図 5: 変曲点，極値による分割

3.5 各セグメントに対応する美的曲線セグメントの生成

変曲点と極値によって分割した3次Bézier曲線の各々を美的曲線セグメントにより近似する．吉田らの方法[6, 7]を適用するために，Bézier曲線の両端点での接線を求め，それらの交点を算出する．曲率対数分布図の傾き α を指定し，両端点と交点の計3点を用いて美的曲線セグメントを算出する．生成された曲線を図6に示す．この方法では各セグメント間で接線は連続であるが，曲率是不連続となる． α の値は任意の値を指定することができるが，この例では，2つの値 $\alpha = -1$, -0.1 に対して美的曲線セグメントを生成し，それらの2本の曲線とB-spline曲線との近似度を比較し，より近似度の高い曲線を描画した．図7において，青の曲線は $\alpha = 0.1$ ，緑の曲線は $\alpha = -0.1$ である．

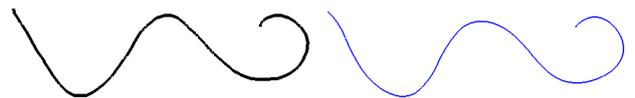


図 6: 生成された美的曲線

図8に，B-spline曲線と美的曲線の曲率を示す．図中，B-spline曲線の曲率が0となる変曲点に青いマークを，極値にピンクのマークをプロットしている．

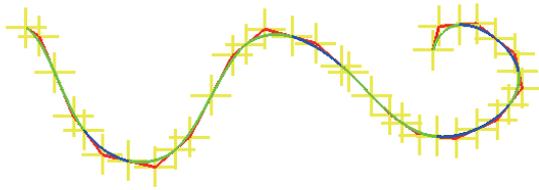


図 7: 美的曲線の α 値(青0.1, 緑-0.1)

B-spline曲線のセグメントに対応して美的曲線はセグメント化されているとともに、これらの位置で美的曲線はセグメントに分割されている。このグラフからわかるように、B-spline曲線の曲率は連続であるが、美的曲線では各セグメントの接続点で曲率は不連続となっている。

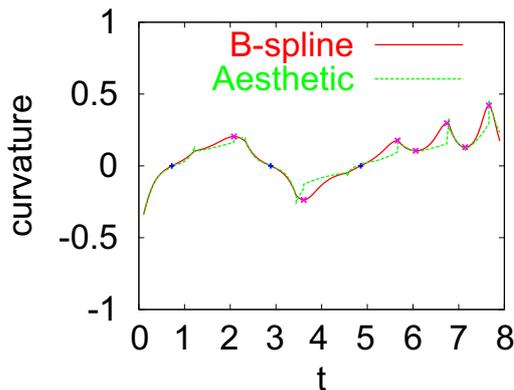


図 8: B-spline曲線と美的曲線の曲率

図9に曲線の形状と曲率の関係を明らかにするために図6の例よりも単純な曲線の例を示す。この例の曲率を図10に示す。

B-spline曲線の曲率は全体として滑らかに変化しているが、グラフの傾きが徐々に変化しておりメリハリがない。これに比較して、美的曲線の各セグメント内では曲率の変化は規則的にシャープに変化しており、曲線の性質としては大きく異なっていることがわかる。これは、画面上の曲線ではB-spline曲線と美的曲線の違いは明確ではないが、自動車のキャラクターラインのように数十センチメートルから数メートルの大きさに拡大された場合にはそれらの曲

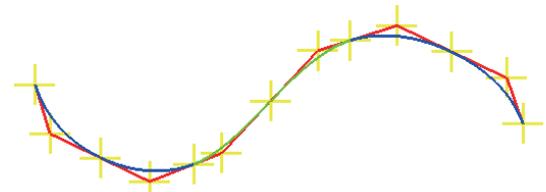
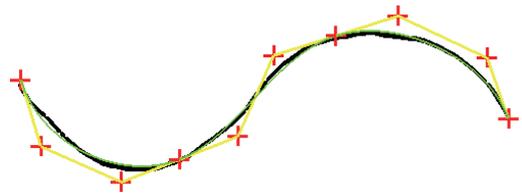
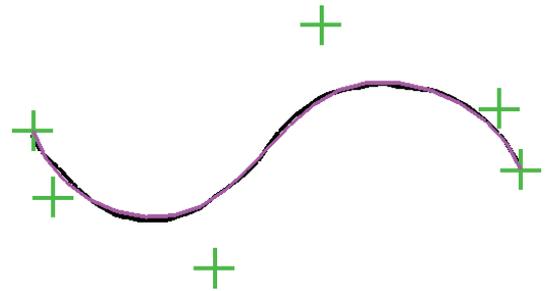


図 9: 美的曲線の生成例

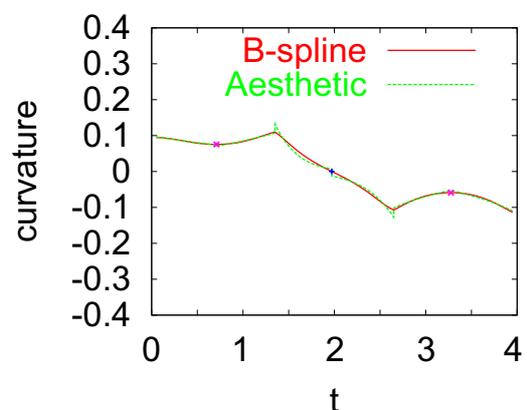


図 10: B-spline曲線と美的曲線の曲率

線の形状が決定的に異なることを意味している。

4 プログラムの実装と考察

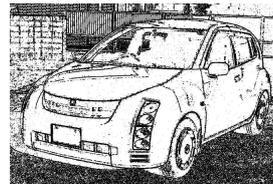
プログラムによって生成された美的曲線を用いて，図11(a)の写真から(b)のような絵を模写した．曲線は美的曲線を用い，色づけは液晶ペンタブレットによって直接描画した．花びらの輪郭の比較を図11(d)に示す．これは元の画像の輪郭を抽出したものと、手書きで輪郭を描画したものと、美的曲線を用いて輪郭を描画したものを比較したものである．自然物に関しては，花びらのしわなどで生じた輪郭の崩れを美的曲線によって美しい輪郭に修正することができる．図12, および図13に車などの工業デザインや楽器の輪郭を美的曲線により近似した例を示す．これらの図で示したように，自然界や人工物の輪郭を美的曲線を用いることでより美しく近似できる．



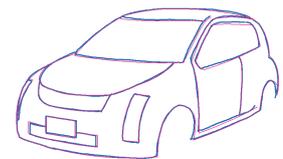
(a) 自動車(写真)



(b) 美的曲線による絵



(c) 車の輪郭抽出



(d) 手書き(赤)と美的曲線(青)

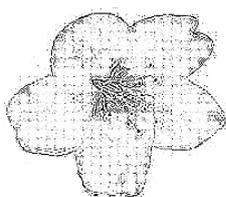
図 12: 工業デザインでの比較



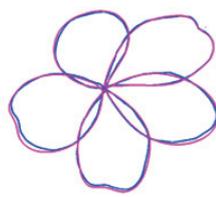
(a) 桜(写真)



(b) 美的曲線による作図



(c) 桜(写真)の輪郭抽出



(d) 手書き(青)と美的曲線(赤)

図 11: 自然物での比較

5 結論

本研究では複合リズム曲線を含む美的曲線を生成するアルゴリズムを提案した．液晶ペンタブレットを用いて点列を入力し，その点列をB-Spline曲線で近

似し，B-Spline曲線の曲率値を用いてセグメントに分割し，各セグメントを美的曲線に近似した．実装結果としては，自然物，人工物共に輪郭を複合リズムを持つ美的曲線で近似することができた．今後の課題としては，隣接する美的曲線セグメントが類似している場合にはそれらをマージする方法や，セグメント間の接線の連続性だけでなく曲率の連続性を保証する内挿法を開発する．また，ペンの筆圧や傾き，描画速度の近似への反映をし，美的曲線，さらには曲面をデザインするCADシステムの開発を行う．

参考文献

- [1] 原田利宣, 森典彦, 杉山和雄, 曲線の物理的性質と自己アフィン性, デザイン学研究, Vol.42, No.3, pp.33-40, 1995.
- [2] 原田利宣, 吉本富士市, 森山真光, 魅力的な曲線とその創生アルゴリズム, 形の科学会誌,
- [3] 三浦憲二郎, 美しい曲線の一般式, グラフィックスとCAD/Visual Computing合同シンポジウム2005 予稿集, pp.227-232, 2005.



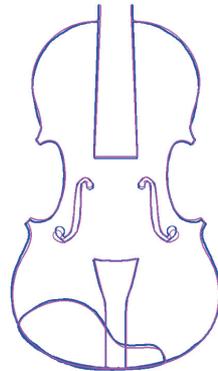
(a) バイオリン(写真)



(b) 美的曲線による絵



(c) 輪郭抽出



(d) 手書き(青)と美的曲線(赤)

図 13: 楽器での比較

- [4] 三浦憲二郎, 藤澤誠, 美的曲線の3次元への拡張とB-spline曲線による近似, グラフィックスとCAD/Visual Computing合同シンポジウム2006予稿集, pp.227-232, 2006.
- [5] 三浦憲二郎, 美しい曲線の一般式とその自己アフィン性, 精密工学会誌 Vol.72, No.7, pp.857-861, 2006.
- [6] 吉田典正, 斎藤隆文, 美しい曲線セグメント, 情報処理学会研究報告 Vol.2005, No.116 (第121回グラフィックスとCAD研究会), pp.97-102, 2005.
- [7] N. Yoshida and T. Saito, Interactive Aesthetic Curve Segments, The Visual Computer (Pacific